

Lista 4. (STATYSTYKA MATEMATYCZNA)

1. Dla danego wektora obserwacji $\mathbf{X} = (3, 7, 1, 9, 4, 3, 6, 2, 5, 5, 5, 3, 2, 3, 1, 5)$ wyznaczyć 'ręcznie' średnią, wariancję, odchylenie standardowe oraz medianę.
2. W pliku *punkty.txt* znajdują się informacje o liczbie punktów zdobytych przez 100 studentów na kolokwium ze statystyki. Na podstawie tych danych:
 - (a) wyznaczyć średnią z próby
 - (b) wyznaczyć medianę z próby
 - (c) wyznaczyć odchylenie standardowe z próby; jak zinterpretujemy ten wynik?
 - (d) ile osób zdobyło najmniejszą a ile największą liczbę punktów?
 - (e) narysować histogram danych, co na jego podstawie można powiedzieć?
 - (f) narysować wykres pudełkowy i go zinterpretować
 - (g) zmienić sztucznie trzy z wybranych wartości na 30, 40 oraz 50. Jak wówczas zmieni się wykres pudełkowy?
3. Podać przykłady populacji oraz próby danych.
4. Czym różni się parametr od estymatora?
5. Jakie są wzory na średnią i wariancję z próby? Wyznaczyć estymatory średniej i wariancji dla wzrostu studentów w grupie.
6. Oblicz estymatory średniej i ich błędy standardowe dla wartości wzrostu studentów z pliku *wzrost.txt*:
 - (a) dla kilku prób 10-elementowych,
 - (b) dla próby 100-elementowej.
7. Określić przedziały ufności dla estymatorów średnich z poprzedniego zadania. Wykonaj obliczenia dla 95% i 99%.
8. Jeśli 99% przedział ufności wyniósł $[5, 02, 6, 98]$, to przy założeniu, że badano cechę o rozkładzie normalnym, jaką wartość przyjęła średnia próbkowa?

9. W teście na inteligencję przeprowadzonym wśród gimnazjalistów pewnej szkoły czasy reakcji 9 ciu losowo wybranych uczniów na zadawane pytania. Otrzymano średnią 7 (sek.) i wariancję równą 1 (sek.). Wyznaczyć 95 % przedział ufności dla wartości średniej czasu reakcji gimnazjalistów tej szkoły zakładając, że czas reakcji jest zmienną losową o rozkładzie normalnym. Podać interpretację tego przedziału ufności.
10. Z populacji, o rozkładzie normalnym o nieznannej średniej i znanym odchyleniu standardowym równym 0.5, przedstawiającej procentową zawartość pewnej substancji w nawozie wybrano próbę danych: 2.8, 2.9, 3.2, 3.0, 3.0, 3.1. Wyznaczyć przedział ufności dla średniej zawartości tej substancji w nawozie na poziomie ufności 0.99. Podać interpretację otrzymanego przedziału ufności.
11. W pewnym zakładzie staż pracy (w latach) pracowników ma rozkład normalny o nieznannej średniej. Wylosowano próbę składającą się z 12 pracowników tego zakładu i zbadano ich staż pracy. Otrzymano następujące informacje: 3, 5, 5, 8, 8, 8, 9, 10, 10, 11, 12, 15. Wyznaczyć 95% przedział ufności dla średniej i wariancji stażu pracy pracowników.
12. Wykonano pomiary długości uszu 86 psów tej samej rasy. Średnia długość uszu wyniosła 60.43 mm, a odchylenie standardowe z próby 3.06 mm. 95% przedział ufności dla średniej długości uszu w tej populacji psów wynosi [59.77, 61.09].
 - (a) Czy przedział ufności został dobrze skonstruowany?
 - (b) Jak wyglądałby 95% przedział ufności dla wariancji długości uszu w powyższej populacji psów?
 - (c) Prawda czy fałsz (i powiedz dlaczego): Mamy 95% pewności, że średnia długość uszu w naszej próbie zawiera się między 59.77 mm a 61.09 mm.
 - (d) Prawda czy fałsz (i powiedz dlaczego): Mamy 95% pewności, że średnia długość uszu w rozważanej populacji psów zawiera się w przedziale między 59.77 mm a 61.09 mm.