

**Lista 6. (STATYSTYKA MATEMATYCZNA)****Test  $\chi^2$** 

1. Poniższa tabela przedstawia liczbę dzieci u których wystąpiły zachorowania na rotawirusa w wieku przedszkolnym w zależności od tego czy dziecko było szczepione czy nie. Z badać, na poziomie istotności  $\alpha = 0.1$  czy istnieje zależność między zachorowaniem a szczepieniem

|              | szczepienie | brak szczepienia |
|--------------|-------------|------------------|
| zdrowe       | 30          | 20               |
| zachorowania | 40          | 300              |

2. W eksperymencie genetycznym do rozrodu wykorzystano białe kurczaki z małymi grzebieniami i ciemne kurczaki z dużymi grzebieniami. Wyhodowano 190 potomków o fenotypach opisanych w poniższej tabeli.

|      | biały | ciemny |
|------|-------|--------|
| mały | 111   | 34     |
| duży | 37    | 8      |

Czy te dane są zgodne z przewidywanymi przez prawa Mendla proporcjami 9 : 3 : 3 : 1? Użyj testu chi kwadrat na poziomie istotności 0.01.

3. Przypuszcza się, że u ludzi zamieszkujących środkową Europę włosy naturalnie ciemne występują sześć razy częściej niż blond, a włosy blond dwa razy częściej niż rude. Czy można uznać to przypuszczenie za uzasadnione, jeżeli wśród 150 losowo wybranych osób stwierdzono 120 osób z włosami ciemnymi, a 15 z włosami blond.
4. Poddano badaniu 154 osobników na obecność pewnej bakterii. Bakterie zostały wykryte u 95 osobników. Po ukończonej kuracji antybiotykiem ponownie przebadana wszystkie osobniki, wykrywając tym razem bakterie u 39 z nich, przy czym u 7 nich w po-przenim badaniu nie wykryto obecności tej bakterii. Czy na poziomie istotności 0.05 można twierdzić, że leczenie ma istotny wpływ na zmniejszenie proporcji zakażonych osobników?
5. W celu zbadania czy rodzaj wybieranej kawy zależy od wieku smakosza, badaniu pod-dano klientów 15 losowo wybranych kawiarni mających w swoim menu badane typy kaw Wyniki podano w tablicy kontyngencji:

|         | Espresso | Latte macchiato | Frappe | Cappuccino | Cafe corretto |
|---------|----------|-----------------|--------|------------|---------------|
| < 20    | 25       | 21              | 28     | 13         | 5             |
| 20 – 30 | 27       | 16              | 7      | 8          | 6             |
| 30 – 40 | 41       | 35              | 11     | 5          | 7             |
| 40 – 50 | 31       | 10              | 6      | 18         | 19            |
| > 50    | 15       | 9               | 5      | 24         | 21            |

Czy na poziomie istotności  $\alpha = 0.05$  możemy mówić o zależności wybranego rodzaju kawy od wieku?

6. W pliku *pasy* znajdują się dane dotyczące skutków wypadków drogowych. Przetestuj na poziomie istotności 0.01 zależność pomiędzy zapiętymi pasami bezpieczeństwa podczas wypadku a śmiertelnością na skutek wypadku.

## Wzory:

### Test $\chi^2$ zgodności

Rozważamy problem testowania hipotez:

$H_0$ : zgodność

$H_1$ : brak zgodności

Statystyka testowa:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i},$$

gdzie:  $n$  - liczba wszystkich obserwacji,  $k$  - liczba klas,  $N_i$  - liczba obserwacji w  $i$ -tej klasie.

Przy  $H_0$  statystyka  $\chi$  ma rozkład Chi kwadrat z  $(k-1)$  stopniami swobody.

Zbiór krytyczny postaci:  $C = [\chi^2(1 - \alpha, k - 1), \infty)$

### Test $\chi^2$ niezależności

Rozważamy problem testowania hipotez:

$H_0$ : niezależność

$H_1$ : zależność

Statystyka testowa:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^k \frac{\left(N_{ij} - \frac{N_{i.} \cdot N_{.j}}{n}\right)^2}{\frac{N_{i.} \cdot N_{.j}}{n}},$$

gdzie  $l$  - liczba klas dla cechy pierwszej (liczba wierszy),  $k$  - liczba klas dla cechy drugiej (liczba kolumn),  $n$  - liczba wszystkich obserwacji,  $N_{ij}$  - liczba obserwacji w  $ij$ -tej komórce tablicy dwudzielnej,  $N_{i.} = \sum_{j=1}^k N_{ij}$  - suma obserwacji w  $i$ -tym wierszu,  $N_{.j} = \sum_{i=1}^l N_{ij}$  - suma obserwacji w  $j$ -tej kolumnie.

Przy  $H_0$  statystyka  $\chi$  ma rozkład Chi kwadrat z  $(k-1)(l-1)$  stopniami swobody.

Zbiór krytyczny postaci:  $C = [\chi^2(1 - \alpha, (k - 1)(l - 1)), \infty)$

20.04.2018r.

Magdalena Frąszczak